

Κανονικά πολύγωνα

Συγγραφέας

Πετρίδης Παντελής

Γνωστική περιοχή

Γεωμετρία Β' Λυκείου

Θέμα

Ορισμός, στοιχεία και ιδιότητες κανονικών πολυγώνων

Ο τύπος του Αρχιμήδη (σχέση n -γώνου – $2n$ -γώνου εγγεγραμμένων στον ίδιο κύκλο)

Ομοιότητα κανονικών πολυγώνων

Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο και στοιχεία τους

Τεχνολογικά εργαλεία

Χρησιμοποιούνται ιστοσελίδες με ενσωματωμένες μικροεφαρμογές (applet) της GeoGebra και βοηθητικές σελίδες για την συγκρότηση ενιαίου περιβάλλοντος, όπως μητρική σελίδα (index), σελίδα εσωτερικών παραπομπών (menu) κ.α.

Σκεπτικό

Βασική ιδέα

Κύρια επιδίωξη ήταν να δημιουργηθεί ένα περιβάλλον που θα χρησιμοποιεί τις Τ.Π.Ε. και μέσα σε αυτό οι μαθητές να μπορούν να λειτουργήσουν έτσι ώστε να ανακαλύψουν γεωμετρικές έννοιες και σχέσεις, να καταλήξουν σε συμπεράσματα και τελικά να αποκτήσουν τις προσδοκώμενες γνώσεις. Επιπλέον, έγινε προσπάθεια ώστε αυτό να γίνει αφενός προτείνοντάς τους μία κατευθυντήρια γραμμή, αλλά και αφετέρου δίνοντάς τους την ελευθερία να πειραματιστούν και να διαφοροποιηθούν.

Με βάση τα παραπάνω η διδακτέα ύλη χωρίστηκε σε δραστηριότητες, οι οποίες ταξινομήθηκαν με γνώμονα τη λογική ροή και την αλληλεξάρτηση των γνωστικών τους πεδίων (υπήρξαν κάποιες διαφοροποιήσεις από τη σειρά που ακολουθείται στο σχολικό βιβλίο). Πάνω σε αυτά δημιουργήθηκαν ένα φύλλο εργασίας και ένα πλήθος μικροεφαρμογών (σχεδίων) δυναμικής γεωμετρίας.

Τέλος, θεωρήθηκε προτιμότερο οι μαθητές να εργαστούν σε ομάδες έχοντας αυτοί τον ερευνητικό ρόλο, ενώ ο εκπαιδευτικός να λειτουργεί υποστηρικτικά.

Καινοτομίες

Μέσα από το σενάριο αυτό δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να εργαστούν στα χρονικά πλαίσια που αυτοί επιθυμούν, αφιερώνοντας τον χρόνο που χρειάζονται ώστε να αποδώσουν. Αυτό αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα αυτής της

διαδικασίας κυρίως σε σχέση με την μετωπική διδασκαλία, όπου, ακόμη και αν ο εκπαιδευτικός θελήσει να δώσει χρόνο στους μαθητές να απαντήσουν, αυτοί πιέζονται (κυρίως από τους «καλούς» της τάξης) και τελικά παραιτούνται.

Επίσης, τα συμπεράσματα, ακόμη και αν αυτά προκύπτουν κατευθυντικά, αντλούνται από τους ίδιους, με αποτέλεσμα να γίνονται αφομοιωμένη για αυτούς γνώση.

Πλεονέκτημα αποτελεί και η αλλαγή των ρόλων του εκπαιδευτικού και των μαθητών. Ο εκπαιδευτικός παύει να έχει τον πρώτο λόγο, λειτουργεί οργανωτικά και υποστηρικτικά απέναντι στους μαθητές του, στους οποίους δίνονται οι προϋποθέσεις να αυτενεργήσουν, να συνεργαστούν, να διερευνήσουν και τελικά να αποκομίσουν γνώσεις, ώστε μακροπρόθεσμα να αλλάξουν τη στάση τους απέναντι στη μάθηση αλλά και ειδικότερα στα μαθηματικά.

Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα

Η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων, που είναι και η πρώτη προϋπόθεση για την λύση πολλών ασκήσεων, δυσκολεύει ορισμένες φορές τους μαθητές, κυρίως αν υπάρχει μεγάλη διαδοχή κατασκευών. Κατά την εφαρμογή του σεναρίου και στα πλαίσια της δυναμικής γεωμετρίας, δίνεται στους μαθητές άμεση εικόνα των κανονικών πολυγώνων, των στοιχείων τους και η δυνατότητα να προσαρμόζουν την εμφάνιση αυτή. Ακόμη, μέσω των κατασκευών που τους ζητούνται, αντιμετωπίζουν την αλληλεξάρτηση των αντικειμένων κατασκευής. Με τα παραπάνω οι μαθητές εμπλουτίζουν τις παραστάσεις τους, ώστε να βελτιώσουν τις δυνατότητές τους προς την κατεύθυνση αυτή.

Πλαίσιο εφαρμογής

Σε ποιους απευθύνεται

Το σενάριο απευθύνεται στους μαθητές της Β' Λυκείου.

Χρόνος υλοποίησης

Για την εφαρμογή του σεναρίου εκτιμάται ότι απαιτούνται 6 διδακτικές ώρες. Ο χρόνος των επιμέρους δραστηριοτήτων αναφέρεται παρακάτω, στην παράγραφο «Δραστηριότητες».

Οι βασικές παράμετροι που θα επηρεάσουν το χρόνο αυτό είναι το αν οι μαθητές διδάσκονται ή όχι για πρώτη φορά μη-μετωπικά, με φύλλο εργασίας, η/υ κτλ και το αν ή το πόσο καλά κατέχουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις.

Εναλλακτικά, μπορεί να διατεθεί σημαντικά λιγότερος χρόνος αν επιλεγεί να γίνει παρουσίαση του σεναρίου στην τάξη με τη χρήση βιντεοπροβολέα.

Χώρος υλοποίησης

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ' ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών.

Προαπαιτούμενες γνώσεις

Οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν:

- στοιχειωδώς τον χειρισμό η/υ, και στα πλαίσια αυτού τη λειτουργία δρομέων και κουτιών επιλογής για τις μικροεφαρμογές της GeoGebra.
- ήδη διδαγμένες γεωμετρικές έννοιες και ιδιότητες, όπως
 - ο τις βασικές γεωμετρικές έννοιες,
 - ο τα τρίγωνα (έννοια, στοιχεία, ιδιότητες, ειδικές περιπτώσεις, ισότητα),
 - ο την ομοιότητα πολυγώνων,
 - ο το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού ν-γώνου.

Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία

- Φύλλο εργασίας.
- Τετράδιο, ως πρόχειρο (εκτέλεση πράξεων, δοκιμών).
- Σχολικό βιβλίο, για να ανατρέχουν σε αυτό για ήδη διδαγμένες έννοιες (τέτοιες παραπομπές υπάρχουν και μέσα στο φύλλο εργασίας).
- Ιστοσελίδες.
- Ερωτηματολόγιο.

Το φύλλο εργασίας, οι ιστοσελίδες, το ερωτηματολόγιο και γενικότερα όλα τα αρχεία του σεναρίου είναι δημοσιευμένα στη σελίδα <http://users.pel.sch.gr/ppetridis/tpe/kp>.

Αν θέλετε να δημιουργήσετε ένα αντίγραφό τους, κατεβάστε και αποθηκεύστε τον συμπιεσμένο φάκελο <http://users.pel.sch.gr/ppetridis/kp/kp.zip> και εξαγάγετε τα αρχεία του στον ίδιο φάκελο αποθήκευσης με αυτόν (μη διαγράψετε τον συμπιεσμένο φάκελο, είναι αρχείο του σεναρίου). Για να εκκινήσετε το περιβάλλον των ιστοσελίδων, ανοίξτε το αρχείο index.html. Μη μετονομάσετε ή μετακινήσετε τα αρχεία σε υποφακέλους, θα προκαλέσει δυσλειτουργία.

Προετοιμασία

Οι η/υ που θα χρησιμοποιηθούν θα πρέπει να έχουν

- εγκατεστημένο έναν φυλλομετρητή για το άνοιγμα των ιστοσελίδων (π.χ. Internet Explorer, Mozilla Firefox, Google Chrome).
- εγκατεστημένη την εφαρμογή Java, ώστε να εκτελούνται οι μικροεφαρμογές της GeoGebra.
- πρόσβαση στο internet ή αποθηκευμένο το ψηφιακό υλικό σε κάποιο φάκελο. Προαιρετικά, μπορεί να δημιουργηθεί στην επιφάνεια εργασίας των η/υ μία συντόμευση προς τον σύνδεσμο (<http://users.pel.sch.gr/ppetridis/tpe/kp>) ή προς το αρχείο index.html (από τα αρχεία του φακέλου) αντίστοιχα, για ευκολότερη εκκίνηση του περιβάλλοντος.

Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης

Οι μαθητές εργαζόμενοι σε ομάδες και καθοδηγούμενοι από φύλλο εργασίας καλούνται να απαντήσουν σε συγκεκριμένες ερωτήσεις. Επομένως, η εργασία αυτή θα γίνει συνεργατικά.

Στη διάρκεια της υλοποίησης του σεναρίου ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ελέγχει τα συμπεράσματα των μαθητών, να συνεργάζεται μαζί τους, να τους καθοδηγεί

ώστε να αντιλαμβάνονται καλύτερα τα αποτελέσματά τους και να τους ενθαρρύνει να συνεχίσουν.

Στόχοι

Με την ολοκλήρωση του σεναρίου, θα πρέπει οι μαθητές, από πλευράς γνωστικού αντικειμένου:

- να διατυπώνουν τον ορισμό του κανονικού πολυγώνου,
- να απαριθμούν τα στοιχεία ενός κανονικού πολυγώνου και να διατυπώνουν τους ορισμούς τους,
- να απαριθμούν τις ιδιότητες ενός κανονικού πολυγώνου και να διατυπώνουν τις αποδείξεις τους,
- να διατυπώνουν και να αποδεικνύουν τους τύπους του Αρχιμήδη,
- να διατυπώνουν το κριτήριο ομοιότητας κανονικών πολυγώνων και τις ιδιότητες των λόγων των ομόλογων στοιχείων που προκύπτουν από αυτήν, και τέλος
- να απαριθμούν τα βασικά κανονικά πολύγωνα,
- να διατυπώνουν και να αποδεικνύουν τους τύπους για τα μέτρα των στοιχείων τους ως συνάρτηση της ακτίνας τους, και
- να διατυπώνουν τα βήματα των κατασκευών για την εγγραφή τους σε κύκλο, ενώ από παιδαγωγική πλευρά, το σενάριο φιλοδοξεί να συμβάλει ώστε:
- να μάθουν να εργάζονται και να παράγουν σκέψεις, υποθέσεις και γνώσεις μέσα από τη χρήση φύλλου εργασίας και η/υ,
- να αντιληφθούν την χρησιμότητα της επαγωγικής σκέψης, αλλά και την αναγκαιότητα της παραγωγικής διαδικασίας,
- να μάθουν να συνεργάζονται με τα άλλα μέλη της ομάδας τους για να συζητήσουν τις παρατηρήσεις τους, να οργανώσουν τα συμπεράσματά τους, να διατυπώσουν κανόνες, να καταχωρίσουν τα δεδομένα τους και να κατασκευάσουν σχέσεις που συνδέουν μεγέθη, και
- να οικοδομήσουν κώδικες επικοινωνίας ώστε να γίνονται αντιληπτοί από τα άλλα μέλη της ομάδας τους και από τον καθηγητή τους.

Ανάλυση του σεναρίου

Επισκόπηση φύλλου εργασίας – ιστοσελίδων – μικροεφαρμογών (σχεδίων)

Φύλλο εργασίας

Το φύλλο εργασίας είναι 9σέλιδο και περιλαμβάνει 8 παραγράφους:

- Γενικά, όπου γίνεται γνωριμία με τα κανονικά πολύγωνα και δίνονται ερωτήσεις για την εμπέδωση του ορισμού και την επισήμανση ειδικών περιπτώσεων.
- Γωνία κανονικού ν-γώνου, όπου, μέσω ερωτήσεων, προκύπτει ο τύπος υπολογισμού της γωνίας ϕ_n . Ακολουθούν ασκήσεις για εμπέδωση.
- Κύκλοι, όπου, μέσω βημάτων, αποδεικνύεται η ύπαρξη των δύο ομόκεντρων κύκλων, του εγγεγραμμένου και του περιγεγραμμένου.

- Επίσης, στο φύλλο εργασίας τηρούνται οι παρακάτω συμβολισμοί:

□ υποενότητα,

[☐ παραπομπή στη χρήση του η/υ],

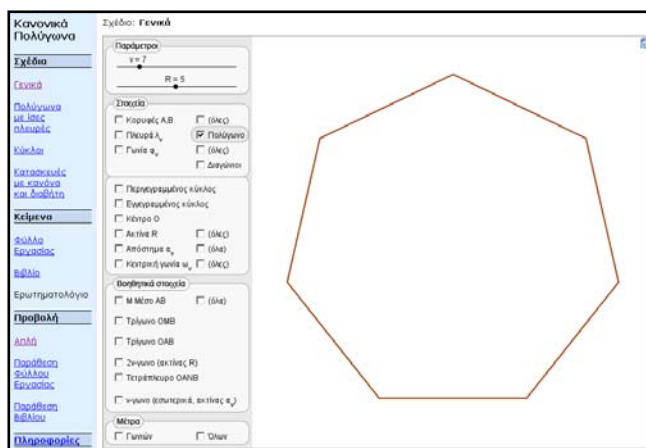
[📖 παραπομπή στο σχολικό βιβλίο],

Σημείωση (οι σημειώσεις γίνονται για αλλαγή του ύφους, δεν είναι προαιρετικές),

Άσκηση και χώρος για την επίλυσή της.

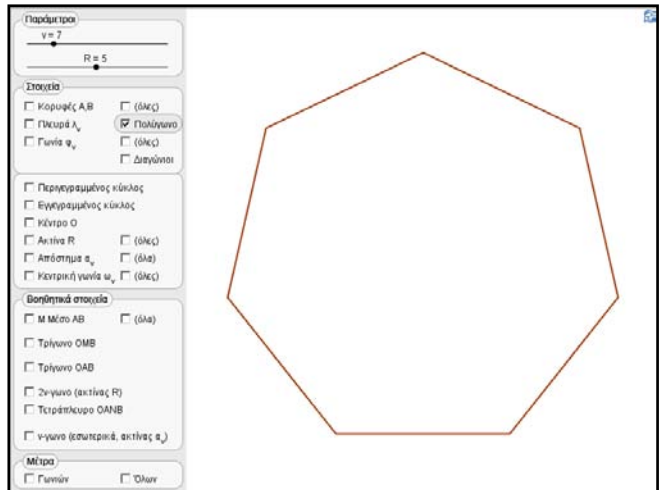
Ο σύνδεσμος users.sch.gr/ppetridis/tpe/kp παραπέμπει στην αρχική σελίδα, η οποία αποτελείται από δύο κομμάτια, το μενού και την κυρίως σελίδα. Από το μενού ο μαθητής επιλέγει το σχέδιο που θέλει και αυτό εμφανίζεται στην κυρίως σελίδα. Αρχικά εμφανίζεται το 1^ο σχέδιο, «Γενικά».

Τα σχέδια παρουσιάζονται αμέσως παρακάτω.



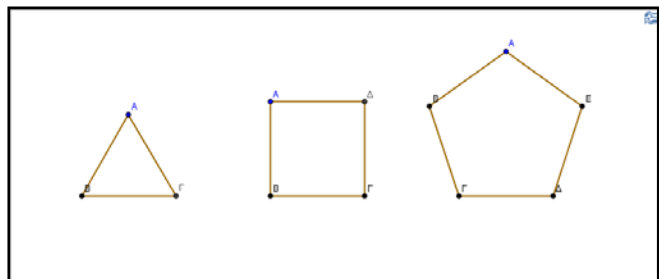
1. Γενικά

Το σχέδιο αυτό συμπεριλαμβάνεται στην πλειοψηφία των δραστηριοτήτων. Σε αυτό παρουσιάζεται το κανονικό πολύγωνο, ενώ δίνεται ένα πλήθος επιλογών. Μέσα από αυτό ο μαθητής μπορεί να ανακαλύψει το κανονικό πολύγωνο, τον ρόλο του n ή του R , να εμφανίσει τα στοιχεία του ή βοηθητικά στοιχεία (για ασκήσεις, αποδείξεις προτάσεων) και τα μέτρα των στοιχείων αυτών. Να σημειωθεί ότι, εκτός της επιλογής εμφάνισης όλων των μέτρων, δίνεται η επιλογή εμφάνισης των μέτρων μόνο των γωνιών, καθώς αυτό εξυπηρετεί την παράγραφο 8 των βασικών πολυγώνων (στο φύλλο εργασίας).



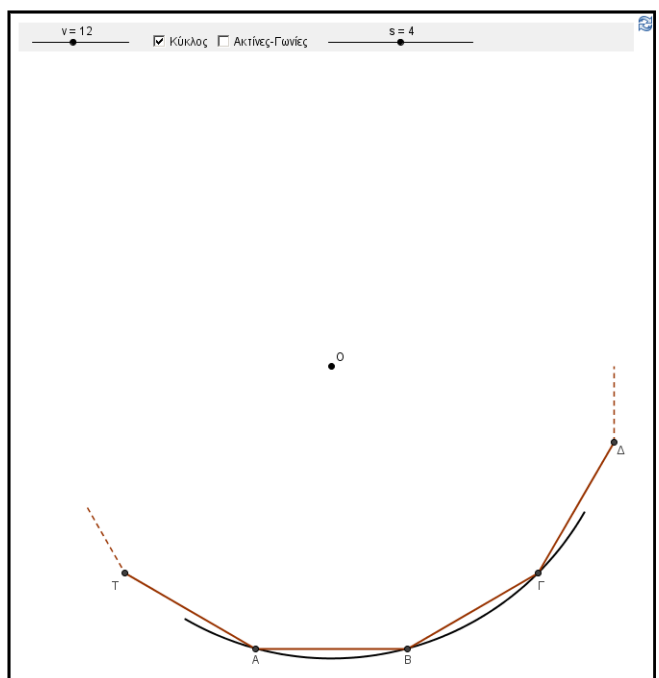
2. Πολύγωνα με ίσες πλευρές

Το σχέδιο αυτό δημιουργήθηκε για την παράγραφο «Γενικά» και πιο συγκεκριμένα για να βοηθήσει στην εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς το αν τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες (μεταξύ τους) έχουν και όλες τις γωνίες ίσες (μεταξύ τους). Οι μαθητές πολλές φορές καταλήγουν στο λάθος συμπέρασμα γενικεύοντας την εικόνα που έχουν από τα τρίγωνα, ενώ αυτά αποτελούν μόνη εξαίρεση.



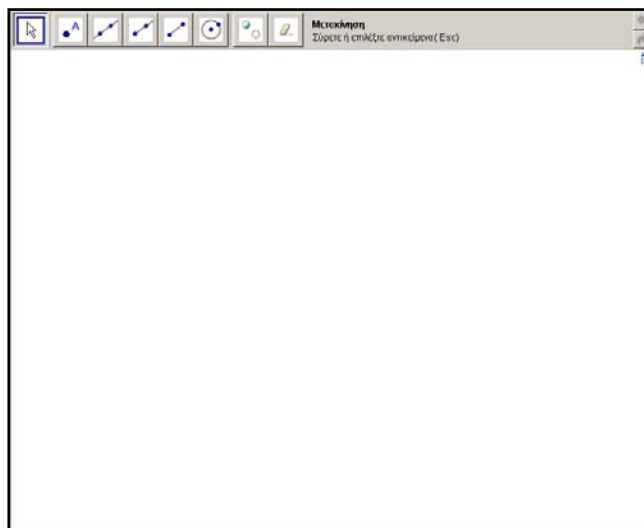
3. Κύκλοι

Με το σχέδιο αυτό παρουσιάζονται τα βήματα των αποδείξεων της παραγράφου «Κύκλοι», στην οποία αποδεικνύεται ότι κάθε κανονικό πολύγωνο περιγράφεται και εγγράφεται σε ομόκεντρους κύκλους.



4. Κατασκευές με κανόνα και διαβήτη

Σε αντίθεση με τα προηγούμενα σχέδια, στο σχέδιο αυτό δεν υπάρχει έτοιμη κατασκευή, αλλά λευκός καμβάς και εργαλειοθήκη. Αφορά την τελευταία δραστηριότητα, όπου ζητείται από το μαθητή να κατασκευάσει, με τα εργαλεία που έχει στη διάθεσή του, κύκλους και εγγεγραμμένα σε αυτούς τα βασικά πολύγωνα.



Κύρια δυσκολία απέναντι στην προσπάθεια να δοθεί η ελευθερία στους μαθητές να δράσουν ελεύθερα και να διαφοροποιηθούν, ήταν η αυστηρότητα που απαιτείται στις διατυπώσεις των προτάσεων και στις αποδεικτικές διαδικασίες για μία τέτοια βαθμίδα, όπως η Β΄ Λυκείου, όπου η οικοδόμηση της λογικής μίας αξιωματικής θεωρίας είναι βασικό ζητούμενο. Έτσι, από τη μία στο φύλλο εργασίας τα βήματα πολλές φορές ακυρώνουν την πρωτοβουλία, και από την άλλη στις μικροεφαρμογές δεν δίνεται η δυνατότητα στο μαθητή να δημιουργήσει μία κατασκευή από το μηδέν, παρά μόνο του δίνονται έτοιμες εφαρμογές για να τις χειριστεί. Παρόλ' αυτά υπάρχουν σημεία με εξαιρέσεις:

- Στις αποδείξεις των προτάσεων της παραγράφου «Κύκλοι» δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές, αν θελήσουν, να κάνουν δική τους απόδειξη, άλλη από αυτήν που προτείνεται μέσω των βημάτων.
- Όμοια με παραπάνω, στις αποδείξεις της παραγράφου «Εγγραφή βασικών πολυγώνων» δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές, αν θελήσουν, να κάνουν δική τους απόδειξη. Μάλιστα, οι αποδείξεις που προτείνονται ήδη διαφέρουν από αυτές του σχολικού βιβλίου.
- Στην τελευταία δραστηριότητα (κατασκευές με κανόνα και διαβήτη), στην οποία ζητούνται από τον μαθητή κατασκευές σε λευκό καμβά.

Δραστηριότητες

Οι περισσότερες δραστηριότητες γίνονται σαφείς από το φύλλο εργασίας και από το γενικό πλαίσιο λειτουργίας του, όπου οι μαθητές καλούνται να ανταποκριθούν σε αυτό και ο εκπαιδευτικός να συμβάλλει υποστηρικτικά. Οπότε, παρακάτω επισημαίνονται τα σημεία της διαδικασίας που δεν αναφέρονται στο φύλλο εργασίας.

Έναρξη της διαδικασίας

Στην έναρξη της διαδικασίας ο εκπαιδευτικός

- ενημερώνει τους μαθητές για τις γενικές γραμμές του σεναρίου και τα ζητούμενά του,
- διευκρινίζει τον τρόπο λειτουργίας μεταξύ των μελών των ομάδων,
- τον τρόπο χρήσης του φύλλου εργασίας (επεξήγηση συμβόλων κτλ) και
- των μικροεφαρμογών, και στη συνέχεια
- τους ζητάει να ξεκινήσουν να εργάζονται.

Για να γίνει ομαλά η μετάβαση από την ενημέρωση των μαθητών προς την έναρξη της εργασίας τους, το φύλλο εργασίας ξεκινάει ζητώντας μία «γνωριμία» με τα κανονικά πολύγωνα, ενώ παραλείφθηκε από αυτό ο ορισμός του κανονικού πολύγωνα. Έτσι, ο εκπαιδευτικός δίνει τον ορισμό, ενώ παράλληλα ζητάει από τους μαθητές να εκτελέσουν τις πρώτες ενέργειες που ζητούνται από το φύλλο εργασίας και προς τον η/υ, ώστε να γίνει επιπλέον η «γνωριμία» με το φύλλο εργασίας, τον η/υ και τον τρόπο με τον οποίο καλούνται οι μαθητές να εργαστούν.

Ο χρόνος για την πραγματοποίηση όσων περιγράφονται παραπάνω θα είναι αρκετός, αν η μη-μετωπική διδασκαλία είναι πρωτόγνωρη για τους μαθητές, καθώς, όπως αναφέρεται και σε προηγούμενη παράγραφο, είναι αρκετές οι καινοτομίες που εφαρμόζονται σε σχέση με την παραδοσιακή μετωπική διδασκαλία (συνδυασμένη χρήση φύλλου εργασίας και η/υ, αναζήτηση συμπερασμάτων από τον μαθητή). Έτσι, αναμένεται στην πρώτη διδακτική ώρα, πέραν της ενημέρωσης, να πραγματοποιηθούν οι δύο πρώτες παράγραφοι, «Γενικά» και «Γωνία κανονικού ν-γώνου».

Κατασκευές με κανόνα και διαβήτη

Η τελευταία δραστηριότητα (και η περισσότερο διαδραστική) αφορά την κατασκευή των βασικών κανονικών πολυγώνων εγγεγραμμένων σε κύκλο και, καθώς δεν αναφέρεται καθόλου στο φύλλο εργασίας, περιγράφεται εδώ.

Συνοπτικά, δίνεται στους μαθητές ένας λευκός καμβάς και ένα πλήθος εργαλείων και ζητείται από αυτούς να κατασκευάσουν κύκλους και να εγγράψουν σε αυτούς τα βασικά κανονικά πολύγωνα (ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο, κανονικό εξάγωνο).

Αναλυτικά, προτείνεται οι μαθητές:

- Να ανοίξουν από το μενού το σχέδιο «Κατασκευές με κανόνα και διαβήτη».
- Ο εκπαιδευτικός περιγράφει συνοπτικά στους μαθητές το περιβάλλον που εμφανίζεται: η εργαλειοθήκη, τα εργαλεία κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων, τα υπόλοιπα εργαλεία, ο καμβάς σχεδίασης. Επίσης, σημειώνει ότι τα εργαλεία που δίνονται στη διάθεση των μαθητών ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις των κατασκευών με κανόνα και διαβήτη.
- Να επιλέξουν το εργαλείο κατασκευής κύκλων και να δημιουργήσουν έναν κύκλο. Στη συνέχεια
 - ο να επιλέξουν το εργαλείο μετακίνησης,
 - ο να μετακινήσουν τα δύο σημεία που δημιουργούν τον κύκλο και
 - ο να διαπιστώσουν την ελευθερία με την οποία κινούνται και την εξάρτηση του κύκλου από αυτά.
- Να επιλέξουν το εργαλείο κατασκευής σημείων και να δημιουργήσουν ένα σημείο πάνω στον κύκλο. Στη συνέχεια
 - ο να επιλέξουν το εργαλείο μετακίνησης,

- ο να μετακινήσουν το σημείο αυτό και
- ο να παρατηρήσουν τον περιορισμό των κινήσεών του.

Μέσα από αυτό δίνεται η ευκαιρία στον εκπαιδευτικό να κάνει σαφή

- την αλληλεξάρτηση και την ιεραρχία μεταξύ των στοιχείων της κατασκευής, και
- τη σημασία της σειράς κατασκευής.

Επίσης, μπορεί να γίνει αναφορά

- στο βαθμό ελευθερίας των σημείων, και
- στο πώς αποτυπώνεται αυτό από την εφαρμογή μέσα από το χρώμα τους.

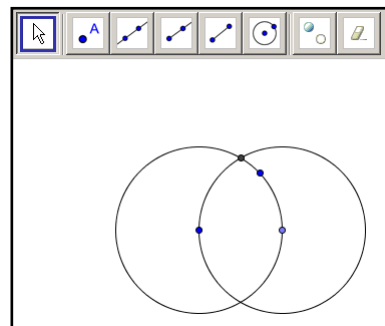
- Να κατασκευάσουν ένα κύκλο με κέντρο το σημείο του πρώτου κύκλου ο οποίος να διέρχεται από το κέντρο του πρώτου κύκλου.

- Να κατασκευάσουν ένα σημείο τομής των δύο κύκλων.

Στην GeoGebra υπάρχει εργαλείο για την κατασκευή σημείων τομής το οποίο δεν εμφανίζεται στην παρούσα εργαλειοθήκη. Ωστόσο, κατασκευή σημείων τομής γίνεται και με το εργαλείο κατασκευής σημείων. Οπότε, κάτι τέτοιο δεν χρειάζεται καν να αναφερθεί στους μαθητές.

Αντίθετα, μπορεί να γίνει λόγος για άλλη μία φορά για την ελευθερία των σημείων κτλ, καθώς το νέο σημείο εμφανίζεται με μαύρο χρώμα.

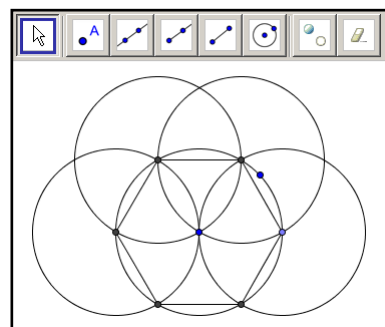
Επίσης, μπορεί να αναφερθεί το γεγονός ότι σε μία εφαρμογή δυναμικής γεωμετρίας όπως την GeoGebra, το σημείο τομής δεν αρκεί να υπάρχει, αλλά πρέπει να κατασκευαστεί ώστε να χρησιμοποιηθεί.



- Να κατασκευάσουν ένα κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο στον κύκλο που έχουν ήδη κατασκευάσει και με μία κορυφή το σημείο του κύκλου που επίσης έχουν ήδη κατασκευάσει.

Από το σημείο αυτό ο εκπαιδευτικός μπορεί να αφήσει τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους, τονίζοντάς τους ότι $\lambda_6 = R$. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να παραλείψει τα βήματα των κατασκευών του δεύτερου κύκλου και του σημείου τομής, αφήνοντας μεγαλύτερη ελευθερία κινήσεων και αναζητήσεων στους μαθητές και, προφανώς, δίνοντάς τους περισσότερο χρόνο. Με την όση βοήθεια θα χρειαστούν οι μαθητές, θα φτάσουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα, όπως το διπλανό σχήμα.

Τότε, ο εκπαιδευτικός θα ζητήσει να αποκρυφτούν οι κύκλοι που έχουν μόνο βοηθητικό ρόλο στην κατασκευή.



- Να επιλέξουν το εργαλείο διαγραφής και

- ο να διαγράψουν τους βοηθητικούς κύκλους.

Η διαγραφή των κύκλων θα έχει ως αποτέλεσμα και τη διαγραφή των αντικειμένων που εξαρτώνται από αυτούς. Έτσι, θα γίνει για άλλη μία φορά αντιληπτή η αλληλεξάρτηση τους κτλ.

- Με το κουμπί της αναίρεσης να αναιρέσουν τις προηγούμενες διαγραφές.

- Να επιλέξουν το εργαλείο εμφάνισης/απόκρυψης αντικειμένων και

- ο να επιλέξουν με αυτό τους βοηθητικούς κύκλους (τα επιλεγμένα αντικείμενα εμφανίζονται έντονα), και

- ο να επιλέξουν κάποιο άλλο εργαλείο ώστε να επικυρώσουν τις επιλογές τους.

- Να επιλέξουν το εργαλείο μετακίνησης,

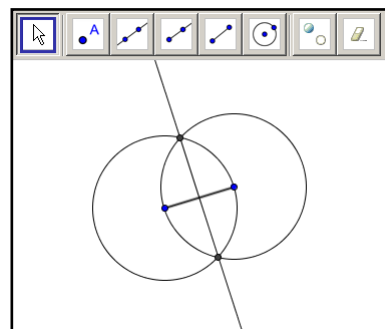
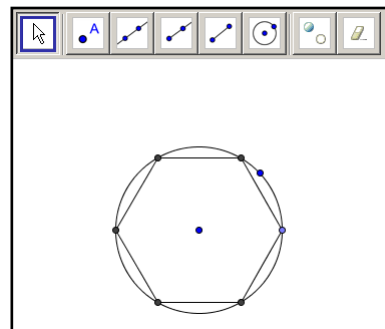
- ο να μετακινήσουν τα ελεύθερα (έγχρωμα) σημεία, και

- ο να διαπιστώσουν την σταθερότητα της κατασκευής και την εξάρτηση του εξαγώνου από τα σημεία αυτά.

Το θέμα της σταθερότητας αφορά κυρίως λάθη που είναι πιθανά (αλλά και λογικά) να γίνουν από τους μαθητές, όπως να προσπαθούν να κατασκευάσουν ένα κανονικό εξαγώνο επιλέγοντας αυθαίρετα («με το μάτι») έξι σημεία του κύκλου.

Αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή του κανονικού εξαγώνου, μπορεί να ζητηθεί η κατασκευή του ισόπλευρου τριγώνου και του τετραγώνου.

Να σημειωθεί ότι για την κατασκευή του τετραγώνου θα χρειαστεί η κατασκευή κάθετης ευθείας, ενώ το ανάλογο εργαλείο δεν υπάρχει στην εργαλειοθήκη, οπότε πιθανότατα θα χρειαστεί ο εκπαιδευτικός να αναφερθεί στην κατασκευή της μεσοκαθέτου και, αν θελήσει να επεκταθεί, γενικότερα στην κατασκευή βασικών γεωμετρικών τόπων. Η διαφορά με τον πραγματικό κανόνα και διαβήτη είναι ότι εδώ δεν μπορεί να γίνει μεταφορά ενός τμήματος, όπως γίνεται με τον διαβήτη. Έτσι, για την κατασκευή της μεσοκαθέτου θα ζητηθεί από τους μαθητές να πάρουν ως ακτίνα το ευθύγραμμο τμήμα για το οποίο θα κατασκευάσουν την μεσοκάθετο.



Ασκήσεις

Στο τέλος ορισμένων παραγράφων δίνονται κάποιες ασκήσεις, με ή χωρίς χώρο ή βήματα για τη λύση, ακόμη και χωρίς την διατύπωσή τους (γίνεται παραπομπή στο σχολικό βιβλίο). Ο εκπαιδευτικός δύναται να λειτουργήσει με διάφορους τρόπους ως προς αυτές. Μπορεί να τις συμπεριλάβει μέσα στη διαδικασία (κυρίως αυτές που υπάρχει η διατύπωσή τους στο φύλλο εργασίας), ή να τις αφήσει για το τέλος του σεναρίου, ή ακόμη να τις διδάξει στην τάξη σε ώρες εμβόλιμα των ωρών του σεναρίου. Να σημειωθεί ότι, όπως είναι λογικό, οι ασκήσεις που προτείνονται με παραπομπές στο σχολικό βιβλίο απαιτούν λογικές και προβληματισμούς που θα έχουν αντιμετωπίσει ήδη οι μαθητές κατά την εκτέλεση του σεναρίου. Εξαιρέσεις αποτελούν κάποιες ασκήσεις για να καλυφθούν χαρακτηριστικές περιπτώσεις. Συγκεκριμένα: Από τη σελ. 237 η 6^η και η 7^η άσκηση κατανόησης, η 3^η αποδεικτική και από τη σελ. 242 το 2^ο σύνθετο θέμα.

Χρόνος υλοποίησης δραστηριοτήτων

Αναμένεται να διατεθούν:

- 1 ώρα για την ενημέρωση των μαθητών και τις παραγράφους «Γενικά», «Γωνία κανονικού ν-γώνου».
- 2 ώρες για τις παραγράφους «Κύκλοι», «Στοιχεία» και «Ιδιότητες».
- 1 ώρα για τις παραγράφους «Τύπος του Αρχιμήδη» και «Ομοιότητα κανονικών ν-γώνων».

- 1 ώρα για την παράγραφο «Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο και στοιχεία τους» και 1 ώρα για τις κατασκευές τους.

Ροή εφαρμογής

Όπως στις δραστηριότητες, η ροή εφαρμογής τους γίνεται σαφής από το φύλλο εργασίας. Έχει υιοθετηθεί η σειρά που ακολουθεί το σχολικό βιβλίο, με εξαίρεση κάποια σημεία. Συγκεκριμένα:

- Ο τύπος του Αρχιμήδη έχει μεταφερθεί πολύ πιο μπροστά, διότι
 - ο παρότι στο σχολικό βιβλίο βρίσκεται στην παράγραφο των βασικών πολυγώνων, μπορεί να αφορά και άλλα πολύγωνα, αλλά κυρίως διότι
 - έτσι, η λογική που απαιτεί είναι συνέχεια της άσκησης που προηγείται. Μάλιστα, η άσκηση αυτή είναι με τη σειρά της η λογική συνέχεια προηγούμενης θεωρίας (υπολογισμός τύπου του εμβαδού E_n – ανάμεσά τους παρεμβάλλεται μία υποπαράγραφος).
- Η ομοιότητα κανονικών n -γώνων έχει μεταφερθεί προς το τέλος, διότι
 - η έννοια της ομοιότητας δεν αποτελεί προϋπόθεση για την ανάπτυξη των προηγούμενων θεωριών, ενώ
 - έτσι γίνεται σύνδεση με το πόρισμα που ακολουθεί και που αφορά τον λόγο ομόλογων στοιχείων.

Από τις παραγράφους των κύκλων και της ομοιότητας θα μπορούσαν να παραλειφθούν οι αποδείξεις των προτάσεων λόγω έλλειψης χρόνου ή ελάττωσης των απαιτήσεων. Μάλιστα, στην παράγραφο της ομοιότητας από το φύλλο εργασίας οι αποδείξεις είναι προαιρετικές ή απουσιάζουν τελείως. Όμοια θα μπορούσαν να παραλειφθούν οι αποδείξεις από την παράγραφο των κύκλων και αντί αυτού ο εκπαιδευτικός να αναφέρει τις προτάσεις της και να γίνουν αποδεκτές από τους μαθητές χωρίς απόδειξη (άλλωστε είναι προτάσεις προφανείς, κυρίως βλέποντας το σχήμα).

Επεκτάσεις

Επεκτάσεις δραστηριοτήτων

Με τα τεχνολογικά εργαλεία που δίνονται στη διάθεση των μαθητών, οι δραστηριότητες μπορούν να επεκταθούν στα πλαίσια του σεναρίου:

- Στην παράγραφο «Ιδιότητες», για την απόδειξη του τύπου $\alpha_v^2 + \frac{\lambda_v^2}{4} = R^2$ χρησιμοποιείται ένα ορθογώνιο τρίγωνο, από το οποίο μπορούν να προκύψουν επιπλέον συμπεράσματα, π.χ. ότι $\lambda_v = 2 \cdot R \cdot \eta\mu \frac{\omega_v}{2}$.
- Στην «Εγγραφή βασικών πολυγώνων», οι τύποι υπολογισμού πλευρών και αποστημάτων προτείνεται να υπολογιστούν (διαφορετικά από το σχολικό βιβλίο) με το βοηθητικό ορθογώνιο τρίγωνο OMB και εφαρμογή του πυθαγόρειου θεωρήματος. Εξίσου καλά προκύπτουν και με το βοηθητικό ισοσκελές τρίγωνο

ΟΑΒ (και πάλι διαφορετικά από το σχολικό βιβλίο για $n=3$, αν εφαρμοστεί το θεώρημα συνημιτόνων προκύπτει το λ_3).

- Στα πλαίσια των κατασκευών των βασικών κανονικών πολυγώνων και εγγραφής τους σε κύκλο μπορούν να γίνουν επιπλέον κατασκευές, όπως π.χ. η εγγραφή ενός κανονικού δεκαγώνου (αν ληφθεί υπόψη η εφαρμογή 1, §11.3 σελ. 239, και έτσι γίνεται παραπομπή στην κατασκευή της χρυσής τομής), ενός πενταγώνου (από το δεκάγωνο), ενός δωδεκαγώνου ή οκταγώνου (από το εξάγωνο ή το τετράγωνο αντίστοιχα με τα μέσα των τόξων – χρειάζεται κατασκευή διχοτόμου). Επίσης, μπορούν να προκύψουν δραστηριότητες και για άλλες γνωστικές περιοχές της γεωμετρίας:
- Κατά την γνωριμία με τα κανονικά πολύγωνα, μπορεί να προκύψει η αναζήτηση του τύπου του πλήθους των διαγωνίων ενός n -γώνου (όπως υποδεικνύεται και σε προηγούμενη δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου, §2 σελ.30).
- Στην ίδια διαδικασία μπορεί να γίνει φανερό η προσέγγιση του πολυγώνου από τους δύο κύκλους του (αν επιλεγεί η εμφάνιση των κύκλων και «μεγάλη» τιμή του n), οπότε να προκύψει η προσέγγιση του π , όπως και η επαλήθευση των τύπων υπολογισμού της περιμέτρου και του εμβαδού κύκλου (αν επιλέγον επιλεγεί η εμφάνιση των μέτρων).

Αξιολόγηση μετά την εφαρμογή

Ως προς τη διαδικασία υλοποίησης

Οι μαθητές, κατά τη διάρκεια υλοποίησης του σεναρίου, ανταποκρίθηκαν σε ικανοποιητικό βαθμό στα ζητούμενά του. Ιδιαίτερα θετικό στοιχείο ήταν η συμμετοχή και το ενδιαφέρον για τη διαδικασία αυτή από την πλειοψηφία των μαθητών.

Ως προς τα εργαλεία

Το φύλλο εργασίας, αρχικά, ξένισε τους μαθητές, καθώς ήταν μία διαδικασία πρωτόγνωρη για αυτούς (να λειτουργούν ανεξάρτητοι, να καταλήγουν σε συμπεράσματα μέσω ερωτήσεων ή βημάτων). Σύντομα, όμως, και με διευκρινίσεις που τους δόθηκαν, προσαρμόστηκαν στη λογική αυτή και λειτούργησαν αποτελεσματικά.

Αντίθετα με το φύλλο εργασίας, η εξοικείωση με τις μικροεφαρμογές και τον χειρισμό τους προέκυψε άμεσα.

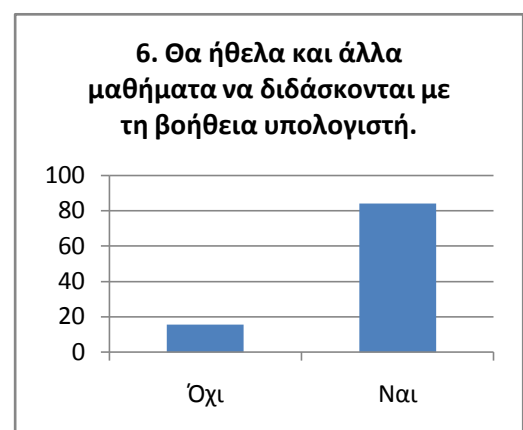
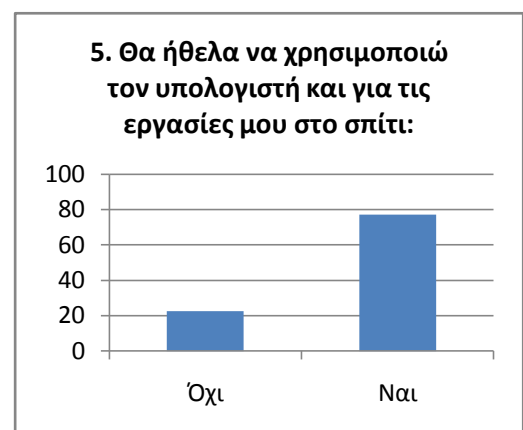
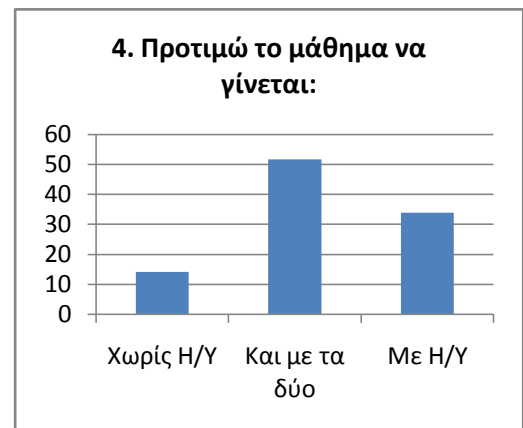
Να σημειωθεί ότι, χωρίς να ζητηθεί από τους μαθητές, στις περισσότερες ομάδες έγινε κατανομή ρόλων (χειρισμός του η/υ, καταγραφή στο φύλλο εργασίας), ώστε να λειτουργήσουν αποδοτικότερα.

Ως προς τις επιδιώξεις του σεναρίου

Σε γενικές γραμμές οι στόχοι επιτεύχθηκαν σε ικανοποιητικό βαθμό, κυρίως αν γίνει σύγκριση με τα συνήθη αποτελέσματα της μετωπικής διδασκαλίας.

Ανατροφοδότηση

Το ερωτηματολόγιο που δόθηκε στους μαθητές παρουσίασε τα παρακάτω αποτελέσματα (παρουσιάζονται οι σχετικές συχνότητες επί τοις εκατό):



Τα πρόχειρα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις απαντήσεις είναι ότι σε γενικές γραμμές η εφαρμογή του σεναρίου άρεσε στους μαθητές (ερ.1), απέδωσε αφενός σε μέτριο επίπεδο (ερ.2), αλλά αφετέρου σε καλύτερο επίπεδο από την μη εφαρμογή του (ερ.3) και, τέλος, ότι θα προτιμηθεί και κάτι ανάλογο στο μέλλον (ερ.4,5,6) χωρίς όμως να απορρίπτεται ο μέχρι τώρα τρόπος διδασκαλίας (ερ.4).

Βιβλιογραφία

- [Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κ.Σ.Ε. \(τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03, Α΄ έκδοση, 05.02.2010\)](#)
 - Η δομή ενός σεναρίου (§8.2.3)
 - Σενάριο 2. Κατασκευή δυναμικής γραμματοσειράς (§9.1.1)
 - Σενάριο 4. Η μέτρηση του εμβαδού ενός παραβολικού οικοπέδου (§9.2.2)
 - Σενάριο 5. Μετασχηματισμοί στο επίπεδο (§9.2.3)
- [Μαθηματικά και Τ.Π.Ε.](#)
 - [Σενάριο Παντσίδη Χρήστου για τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος](#)
 - [Σενάριο Κουτσογιάννη Κατερίνας για την κατασκευή βασικών σχημάτων](#)
 - [Ερωτηματολόγιο Ζιούρα Κικής](#)